

2005 年度地球惑星物理学科学生実験 (後半)

地震計をつくる

牛江裕行 太田和晃 楠田千穂 佐藤友彦

1 はじめに

本実験では、地震研究所で地震計の原理を学び、実際に地震計の力学系および制御回路を設計、製作して、完成した地震計で実際に観測を行った。

2 地震計とは

2.1 地震観測網

地震観測網には、Local 観測網と、Global 観測網がある。

- Local 観測網・・・群発地震、火山活動などの局所的な現象を調べる。
主として短周期の地震動をとらえる。
- Global 観測網・・・地球深部構造を調べる。主として長周期の地震動をとらえる。

2.2 地震計の種類

地震計には、目的・用途によって様々な種類があるが、感度・測定周波数帯域によって次の3つに分類できる。

- 強震計
低感度・強い揺れの地震をとらえる。地盤構造・耐震設計など、工学的研究によく用いられる。
- 高感度地震計
高感度・短周期の地震をとらえる。微小地震による振幅を検知し、局地的な震源決定や地下のプレート・地殻構造の推定に用いられる。(ex. Moving Coil 型地震計)

- 広帯域地震計

高感度・長周期の地震をとらえる。測定周波数領域が広く、大地震や遠地地震の非常にゆっくりとした揺れまで検知できるため、主に地球深部構造の解析に用いられる。(ex. STS 地震計)

さらに、測定する振動方向が水平か鉛直かで 2 種類に分類される。観測の際には、水平方向を 2 つと鉛直方向を 1 つ置き、3 方向の地震動を測る。

本実験では、鉛直方向の揺れを観測する広帯域地震計を製作した。

2.3 広帯域地震計の意義

地震波は、地球の内部を通ったり表面を伝わったりしながら、地球全体に広がる。ただし、周期の短い波は震源から離れるに従って減衰するので、地震波が遠くまで伝わった頃には周期の長い波だけになる。地球の反対側からの波をとらえるには、0.1Hz 以下の周波数 (10 秒以上の周期) の地震波観測が必要である。しかし、この領域は、通常の短周期の地震計では測定できない。そこで、広帯域地震計は、必要な条件を満たすために、数百秒の周期まで観測できるように設計されている。広帯域地震計を用いると、他の地震計では検知不可能であった、遠地地震や地球の自由振動、脈動などをとらえることができる。

2.4 STS 地震計

広帯域地震計の代表格。板ばね (leaf spring) を使った長周期振り子に PID 制御がかかるようになっていて、見かけの固有周期が数百秒まで大きくなるように設計してある。正負の温度係数の板ばねを組み合わせたたり、減圧したり、磁気シールドするなどして、温度変化や地磁気変化によるドリフトを小さくしてある。また、ダイナミックレンジが広く、10Hz ~ 360s まで観測できるのも大きな特長である。

本実験でつくる地震計も、周波数帯域を 10Hz ~ 360s にし、実際に観測して、この STS 地震計と波形を比較する。

3 力学系

3.1 地震計の基本的原理

基本的な地震計の原理は、静止したおもりをばねで支え、位置センサーにより地面とおもりの相対距離を検出することにより、運動方程式から地面の変位 (速度や加速度) を求める、といったものである。

おもりの振動の固有周期よりも長い周期の地震の場合、おもりは地面と共に動いてしまうため、地面の変位を記録することができない。よって、おもりの振動を長周期化すれば、より広帯域の地

震をとらえることができる。逆に、おもりの振動を短周期にした場合、狭帯域だが感度の高い観測ができる。

3.2 長周期化

本実験では、ラコステ型の地震計を採用し、長周期化（理想は無定位状態）をめざす。地震計で観測すべき周波数帯は 0.1Hz 以下であるため、地震計の固有周波数を 0.1Hz 以下に長周期化する必要がある。

無定位状態

地震計の多くは、振り子に作用する重力モーメントと弾性モーメントとをつりあわせて、特定のつりあい位置が存在しない「無定位」を作りだし、地震による変位に対する振り子の動きを大きくすることで感度を高めている。

ただし、無定位状態に近付けば近付くほど、振り子は変位に対して不安定になり、気圧などの少しの変化で振り切れてしまうので、回路による制御をかけて中立を保つようにする必要がある。

3.3 振り子の力学的運動と無定位

3.3.1 質点モデル

まずは、地震計の運動を図 1 のような質点モデルに設定した。図の各パラメータを調整し、無定位の状態を実現することが目的である。

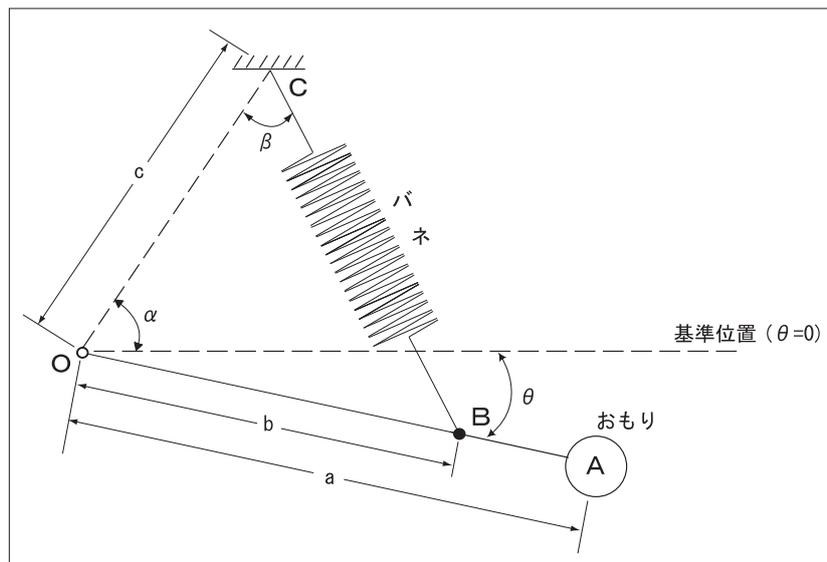


図 1 無定位型地震計

1. つりあいの式

図において、OA は水平ビームで、O を通る紙面に垂直な水平軸のまわりに自由に回転できるとする。A は水平ビームの重心で、上端を C でフレームに固定されたばね CB が B で水平ビームを吊っている。荷重、及び初張力がかからない時のばねの長さを h 、ばねの伸びを x とすれば $\overline{CB} = h + x$ である。また、ばね定数を k とおくと、図で O 軸周りの全モーメント $T(x, \theta)$ は、

$$T(x, \theta) = kxc \sin \beta - mga \cos \theta$$

さらに三角形 OBC について正弦定理より、

$$\frac{h+x}{\sin(\alpha+\theta)} = \frac{b}{\sin \beta}$$

を用いれば、

$$T = \frac{kbcx}{h+x} \sin(\alpha+\theta) - mga \cos \theta$$

と書き直せる。また、つりあいの式はつりあいの時の角度 θ_0 と、その時のばねの伸び x_0 を用いて、

$$\frac{kbcx_0}{h+x_0} \sin(\alpha+\theta_0) - mga \cos \theta_0 = 0$$

と表わせるが、本実験では簡単のためにつりあいの位置を $\theta_0 = 0$ に調節し、以下この前提で考えるものとする。したがって、結局つりあいの式は、

$$\frac{kbcx_0}{h+x_0} \sin \alpha - mga = 0$$

と与えられる。

2. 運動方程式

次に、振り子の運動を記述する式を考える。先のモーメントの式より、 T の変化を考えると

$$dT(x, \theta) = \frac{kbc(h+x) - kbcx}{(h+x)^2} \sin(\alpha+\theta) dx + \left(\frac{kbcx}{h+x} \cos(\alpha+\theta) + mga \sin \theta \right) d\theta$$

また、再び図 1 の三角形 OBC について余弦定理より、

$$(h+x)^2 - b^2 - c^2 + 2bc \cos(\alpha+\theta) = 0$$

x, θ について全微分して、

$$(2x+2h)dx - 2bc \sin(\alpha+\theta)d\theta = 0$$

$$dx = \frac{bc \sin(\alpha+\theta)}{h+x} d\theta$$

よってこれを代入し、

$$\frac{dT}{d\theta} = \left(\frac{k(bc)^2 h}{(h+x)^3} \sin^2(\alpha+\theta) + \frac{kbcx}{h+x} \cos(\alpha+\theta) + mga \sin \theta \right)$$

を得る。さて、運動方程式は慣性モーメント I を用いて

$$I\ddot{\theta} = - \left(\frac{dT}{d\theta} \right) \theta$$

と書けるが、つりあい点 $\theta = 0$ の近傍では、 $\left(\frac{dT}{d\theta} \right) \sim \left(\frac{dT}{d\theta} \right)_{\theta=0}$ より、

$$I\ddot{\theta} \simeq - \left(\frac{dT}{d\theta} \right)_{\theta=0} \theta$$

としてよい。運動方程式は最終的に

$$I\ddot{\theta} = - \frac{kbc}{(h+x_0)^3 \sin \alpha} (bch \sin^2 \alpha + x_0(h+x_0)^2 \cos \alpha) \theta$$

という形に求まる。

この式より $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $h = 0$ にすれば 右辺 = 0 となり、無定位状態が実現されるはずである。他のパラメータは装置の大きさを決定する。

3.3.2 剛体モデル

今までは、このばね振り子を質点のモデルで考えていたため、ヒンジ (振り子の支点) にかかる復元力を無視していた。実際には摩擦力など何らかの復元力が働くはずであり、本実験では予めその大きさを見積もるためにヒンジに板ばねを用いた。それによって振り子は重力によるモーメントを打ち消す向きに力を受ける。したがってヒンジの復元力モーメント $-\gamma\theta$ を考慮して運動方程式を、

$$I\ddot{\theta} = - \frac{kbc}{(h+x_0)^3 \sin \alpha} (bch \sin^2 \alpha + x_0(h+x_0)^2 \cos \alpha) \theta - \gamma\theta$$

のように表わす。

$\gamma\theta$ は、板ばねの応力とたわみの関係から求めることができる。

図 2 において、板ばねの長さ、厚さ、幅はそれぞれ L, h, b であり、支点 O からの距離を x 、位置 x におけるたわみを $\delta(x)$ 、先端に鉛直方向にかかる力を $F (= Wg)$ とする。材質に固有のヤング率 E とたわみ δ の間には以下の関係式が成り立つ。

$$\delta(x) = \frac{2W}{Eh^3} (-x^3 + 3lx^2)$$

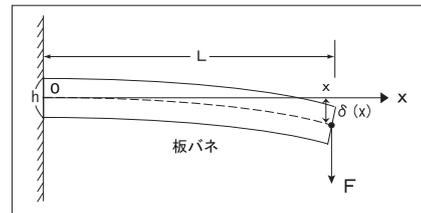


図 2 板ばねの負荷とたわみ

また、微小な角運動では $\theta \sim \frac{\delta(x)}{x}$ であるから、モーメントは、

$$lF = \gamma \frac{\delta(l)}{l} \Leftrightarrow \gamma = \frac{l^2}{\delta(l)} F$$

以上 2 式より、

$$\gamma = \frac{bgh^3 E}{4l}$$

銅 ($E = 1 \times 10^{10}[\text{kg}/\text{m}]$) の板ばねを用い、強度を考慮して各パラメータを

$$b = 2[\text{cm}], l = 2[\text{mm}], h = 50[\mu\text{m}]$$

と定めると、 γ は、

$$\gamma \simeq 3.1 \times 10^{-2}[\text{Nm}]$$

と求まる。

質点モデルでは $\alpha = \frac{\pi}{2}$ としたが、これを変えると吊り下げたバネによる弾性力モーメントは小さくなる。ばねとヒンジのモーメントの総和が重力のモーメントと等しくなればこのモデルも無定位となる。したがって、 α の調整の範囲内で、

$$-\left(\frac{dT}{d\theta}\right)_{\theta=0} - \gamma = 0$$

となるようにパラメータと調整機構を設定すればよい。

まず、装置全体の大きさから決め、つりあい位置の調整から材質とばね定数 (~ 49) を選択した。細かい寸法は添付資料に譲るが、重心を考慮した剛体のモーメントを計算した結果は、

$$-\left(\frac{dT}{d\theta}\right)_{\theta=0, \alpha=\frac{\pi}{2}+0.1} = 4.9 \times 10^{-2}[\text{Nm}] > \gamma > -\left(\frac{dT}{d\theta}\right)_{\theta=0, \alpha=\frac{\pi}{2}}$$

となったので、これより $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} + 0.1$ の範囲に無定位の状態があることがわかった。これはばねの吊り下げ位置を水平方向に 1[cm] ほど稼働させる範囲であり、十分実現可能であると判断した。

3.4 不動点の位置の計算

地震計のヒンジが地震の揺れと共に垂直方向に変位したとき、振り子の回転の中心となるのは、重心ではなく、不動点である。

ある剛体の端から重心までの距離を r_G 、不動点までの距離を r_S とする。 r_S と r_G の関係式は、重心の変位 z 、振り子の回転角 θ として、

$$r_S \theta = z + r_G \theta$$

である。ここで、運動方程式およびモーメントの式は、振り子全体の重さ M 、重心に働く力 F 、重心まわりのモーメント I_G として、

$$M\ddot{z} = F$$

$$I_G \ddot{\theta} = r_G F$$

より、 z と θ の関係は、

$$\frac{z}{\theta} = \frac{I_G}{Mr_G}$$

であるから、不動点の位置 r_S を求める式

$$r_S = \frac{z}{\theta} + r_G = \frac{I_G + Mr_G^2}{Mr_G}$$

が得られる。

重心まわりのモーメント I_G は、とくに剛体が回転軸方向から見て長方形 ($a \times b$) である場合、

$$I_G = \frac{a^2 + b^2}{12} M$$

で求められる。

今、地震計のヒンジまわりの慣性モーメント I は、振り子を回転軸上 (真横) から見て質量の異なる n 個の長方形に分けた各長方形部分のモーメントの和で与えられ、

$$I = \sum_{k=1}^n [Mr_G^2 + I_G] = \sum_{k=1}^n [M(r_G^2 + \frac{a^2 + b^2}{12})]$$

と表せる。これに実際の値を代入して計算すると、振り子の端 (ヒンジ) から不動点までの距離 r_S は、

$$r_S = \frac{I}{Mr_G} \simeq 18[cm]$$

である。

後述のコイルやフォトセンサーの鏡は、振り子の振動に影響の少ない不動点の位置に取り付けることにする。

3.5 ゼロ長ばね

通常、ばねは自然長の状態で張力が 0 だが、巻き線が密になっているタイプのばねの場合は、本来の自然長よりも巻き線の幅の方が大きいために、本来の自然長は実際の自然長よりも短い。この本来の自然長のことを、「仮想自然長」と呼ぶ。今回製作したラコステ型地震計になくってはならないのが、仮想自然長がゼロで、ばねの全長が応力に比例する「ゼロ長ばね」である。

仮想自然長が実際の自然長より短いとき、ばねには外部から力が加わっていない状態でも内向きの初期張力 T_0 が働いており、ばねを引きのばす力が T_0 よりも小さいときにはばねは伸びない。

この性質を利用して、仮想自然長が負となるようなばねを作ることができる。簡単のために、ここではばねの中からひと巻きだけを取り出してきて考えることにする。この部分ばねの右端を A、左端を B と呼ぶことにする。通常ばねを使用するときは、A を右に、B を左に引っ張ることになる。ところが、ばねを「裏返す」という操作によって A と B の位置を入れ換えると、今度は A を左に、B を右に引っ張ることになる。裏返されたばねは当然もとに戻ろうとするが、ばねは巻き線の幅より縮むことができないために、それ以上元に戻ることができない。

こうしてできた逆巻きのばねの特性を調べてみると、巻き数・巻き線の太さなどといったばねの素材自体の性質は変化しないので、ばね定数や最大荷重は変化しない。

変化するのは、初期張力と仮想自然長である。裏返す前の A の座標を 0、B を l_0 とし、この状態での仮想自然長を L_0 とすると、 L_0 と l_0 の関係は

$$L_0 = l_0 - \frac{T_0}{k}$$

である。この状態では、自然長にあるばねは、仮想自然長から $l_0 - L_0$ だけ引きのばされている状態にあると考えることができる。なお、密でないばねの場合には、 $T_0 = 0$ とすることで同様に考えることができる。

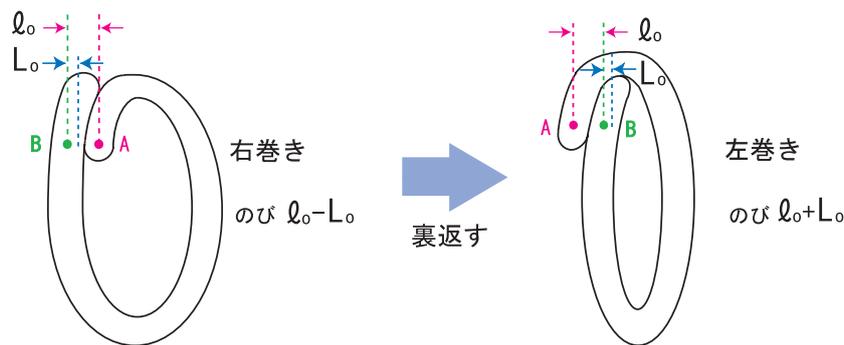


図3 ばねの裏返し

ここで、ばねを裏返して、B が A の左側に来るようにする。この状態は、もとの仮想自然長の状態から考えると、ばねを $l_0 + L_0$ だけ左側に引きのばした状態と考えることができる。従って、裏返したばねの初期張力 T_1 は

$$\begin{aligned} T_1 &= k(l_0 + L_0) \\ &= 2kl_0 - T_0 \end{aligned}$$

よって、裏返したばねの仮想自然長 L_1 は

$$\begin{aligned} L_1 &= -l_0 + \frac{T_0}{k} \\ &= -L_0 \end{aligned}$$

となる。つまり、裏返し前の仮想自然長が正であれば、裏返したあとの仮想自然長は負になっていることがわかる。

こうしてできた仮想自然長が負のばねに、 L_0 の余白を付け足して実際の長さを調節することで、ゼロ長ばねを作ることができる。

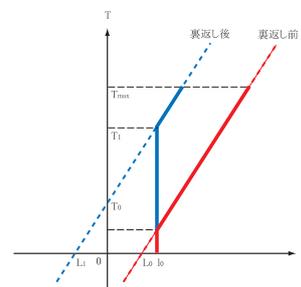


図4 裏返し前後のばねの張力

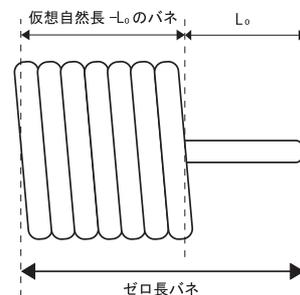


図5 ゼロ長ばね

ばねを裏返す方法

実際にばねを裏返すときには、いくつかコツがある。

- 裏返し始める前に、一番端のループを少し内側に折り曲げておくが良い。
- 裏返すときは、一番端のループをひとつ内側のループの内側に入れる。外側にしてしまうと、2cm程度のばねしか作ることができなくなってしまう。
- 余白を長めに取りることができない場合、裏返し始める前に両側のフックを作っておくと、裏返したあとにできるフックの占める長さを短くすることができる。

などである。

3.6 設計

ネジ穴の大きさや、部品同士の接続位置の対応関係に注意して、図面を作成した。

調整機構

設計の上では無定位でも、実際にはばね定数やおもりの重さなどにはどうしても誤差が生じる可能性がある。そこで、その誤差を計算により推定し、装置完成後に調整できるような機構を作っておくことが必要である。大まかな位置はネジを動かして調整し、微調整はマイクロメーターで行う。

必要な調整としては、

- 中立点に調整する。(振り子を水平に保つ。)
- 無定位に近づけていく。(長周期化する。)

があり、それぞれマイクロメーターの垂直、水平方向に対応できるようにする。

ヒンジ

ヒンジ部分の板ばねに縮む向きの負荷がかかると弱いので、伸ばす向きに力がかかるようにヒンジの構造を工夫した。

部品は以下 (A) ~ (P),(-) の通り。

- (A) 地震計全体の台座
- (B) 振り子先端に取り付けるおもり (銅製)
- (C) 振り子本体
- (D) コの字型の支柱
- (E) C,D に板ばねを挟み込むヒンジの部品 (× 4)
- (F) マイクロメーターと G をつなぐ部分

- (G) 水平方向調節穴をあけた、D に乗せる部分
- (H) 垂直方向調節ネジと J をつなぐコの字部分
- (I) マイクロメーターと垂直方向調節調整ネジをつなぐ L 字部分
- (J) ばねを取り付けるために中心を削ったネジ (× 2, 予備 × 2)
- (K) フォトセンサー (ヘッド) 回路を取り付ける柱
- (L) M と N を取り付ける柱
- (M) L と O をつなぐ部分
- (N) 振り子の可動域を抑えるネジを取り付ける L 字部分 (× 2)
- (O) コネクタ接続部
- (P) 垂直方向調節穴をあけた、磁石を取り付ける L 字状の板
- (-) 地震計全体を覆うアクリルケース (アクリル板 5 枚からなる)

これらの図面をもとに各パーツを加工してもらった。

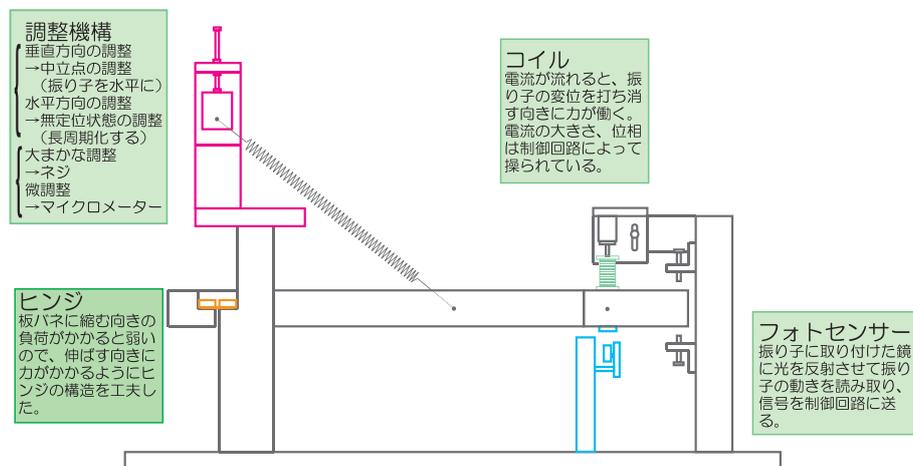


図 6 製作した地震計：通称 地震 K くん (EQK)

4 制御回路

4.1 回路の概要

地震計に接続している回路は、次の3つの部分に分けることができる。

1. 地震計の振り子についているフォトセンサーからの信号を読み取って増幅
2. その信号を PID 制御による制御信号に変換するフィルター回路（テスト用と観測用で切替え可能）
3. 制御信号（電圧）を電流に変換してコイルに流す回路（コイルドライバー）

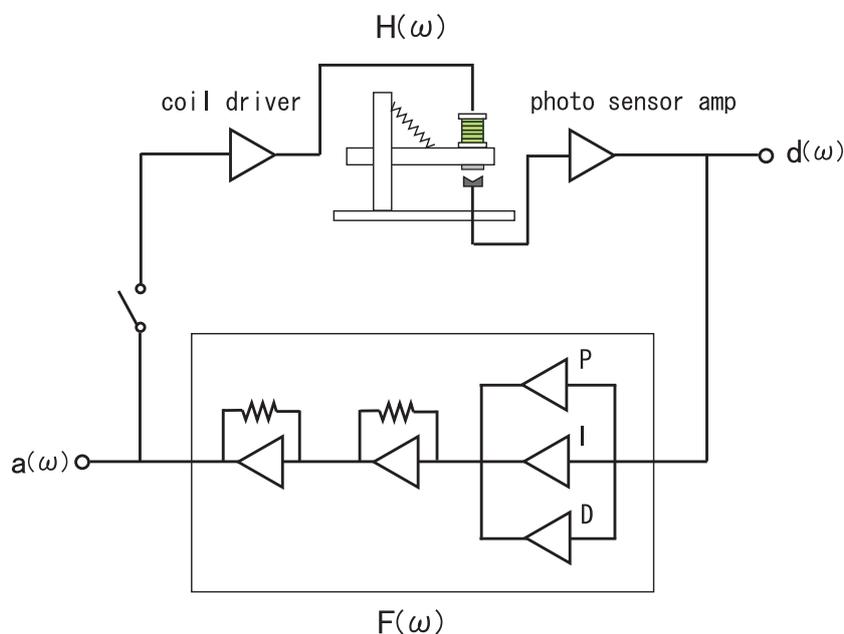


図7 制御回路の概略図

4.2 フォトセンサー

力学系に制御をかけるには、まず振り子の動きを知る必要がある。フォトセンサーは、光の発信と受信を行い、振り子の挙動を制御回路に出力する役割を果たす。具体的には、振り子に取り付けた鏡に光を当て、その反射光から、鏡までの距離を検出する。

フォトセンサーをつなぐ回路は、「ランプを光らせる」回路と、「信号を増幅する」回路の2種類からなっている。ランプを光らせる回路は、光がふらつくことで誤った距離を検出しないように、一定の光、すなわち一定の電流を与えられるようにする必要がある。また、信号を増幅する回路は、オペアンプで信号を増幅した後、中立点での電圧を全体から引くという操作をする。そうする

ことで、中立点を基準にして、振り子が下にずれたか、上にずれたかが、受け取った信号（電圧）のプラス・マイナスに反映される。

フォトセンサーの検出距離特性は図 8 のようになった。鏡からの距離 4mm 付近のピークを挟んで、左右に傾斜があることが分かる。図 9 は、左の傾斜をより詳しく測定した結果である。振り子の位置を正確に測るには、距離の変化に対して電圧の変化が大きい部分、すなわち傾きの急な部分を利用するとよい。基準電圧付近で、隣の点との傾きが 20 % 以内のばらつきであれば直線とみなしていいとすると、左の傾斜では鏡からの距離が 1.0mm ~ 1.4mm の範囲、右の傾斜では 6mm ~ 9mm の範囲が使える。傾きが大きい方がより正確だが、振り子の振幅を考えて、右の傾斜を利用することにした。つまり、振り子が中立点のときに、鏡からの距離が 7.5mm になるようにフォトセンサーを取り付ければよい。このとき、振り子は最大 1.5mm の振幅が許される。

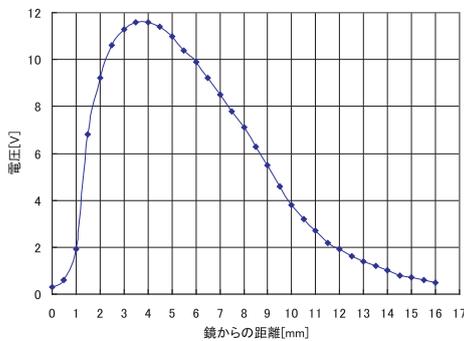


図 8 フォトセンサーの検出距離特性

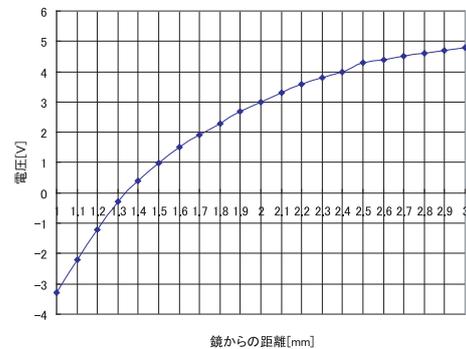


図 9 距離 3mm までの拡大図

4.3 フィルター（PID 制御）

センサーによって検出された振り子の位置情報をもとに、コイルに流す電流の大きさを決めるのがフィルター回路である。この回路をどのような性質のものにするかで、その地震計の性質が大きく変わる。今回は、STS 地震計と同じ PID(Proportional Integral Derivative) 制御によって、地震計の応答特性を力学的なパラメータによらず電気回路で自由に設定できるようにした。

ばね定数 k のばねと質量 m の振り子を用いて、制御回路によって制御力 f を加えるという地震計を考える。振り子の平衡位置からの変位を x 、地面の変位を y とすると、振り子の運動方程式は、

$$m\ddot{x} = -kd - \frac{m\omega_0}{Q}(\dot{x} - \dot{y}) + f$$

$d = x - y$ とおくと

$$\ddot{d} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{d} + \omega_0^2 d = \ddot{y} - \frac{f}{m}$$

である。これをフーリエ変換すると、

$$d(\omega) = H(\omega)a(\omega) - \frac{f(\omega)}{m}$$

ただし

$$a(\omega) = \ddot{y}(\omega)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2}$$

となる。ここで、制御力をあらためて

$$F(\omega) = \frac{f(\omega)}{m}$$

とにおいて、 ω の関数であるとする。信号が回路を一周する（図 10）という条件から、

$$\begin{aligned} d(\omega) &= \frac{H(\omega)}{1 + H(\omega)F(\omega)} a(\omega) \\ &= \frac{-\omega^2 y(\omega)}{-\omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2 + F(\omega)} \end{aligned}$$

が成り立つ（ ω_0 は力学的な固有周波数。 $\omega_0 \sim \frac{2\pi}{10\text{s}}$ ）。 $F(\omega)$ の関数形は制御回路の設計によって決まる。今回は広帯域地震計を製作するので、

$$F(\omega) = A\omega + \frac{B}{i\omega} + i\omega C$$

となるように比例回路・積分回路・微分回路を組み合わせた回路を設計して、PID 制御と呼ばれる制御方式を用いる。この制御方式を用いると、定数 A 、 B 、 C を適当な値に設定することで、地震計の特性を力学的なパラメータではなく電気回路のパラメータによって決めることができるようになる。従って、固有周期を電気的なパラメータのみで決めることができる。

具体的には、 ω_1 、 ω_2 をそれぞれ STS 地震計と同じ

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{2\pi}{360\text{s}} \\ \omega_2 &= 2\pi \times 10\text{Hz} \end{aligned}$$

として、 A 、 B 、 C を

$$\begin{aligned} A &= \omega_1^2 - \sqrt{2}\omega_1\omega_2 \\ B &= -\omega_1^2\omega_2 \\ C &= \sqrt{2}\omega_1 - \omega_2 \end{aligned}$$

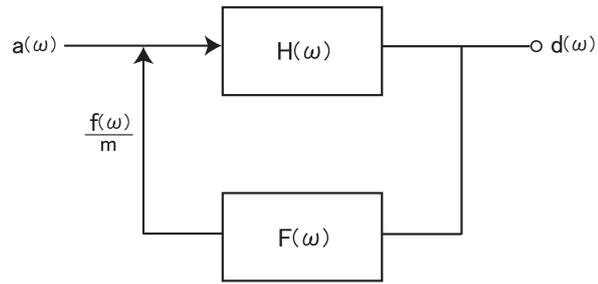


図 10 フィードバック型制御の模式図

となるように設定すると、 $|A| \gg \omega_0^2$ 、 $|C| \gg \frac{\omega_0}{Q}$ となるので

$$\begin{aligned} d(\omega) &= \frac{-i\omega^3 y(\omega)}{-i\omega^3 - \left(\frac{\omega_0}{Q} + C\right)\omega^2 + i(\omega_0^2 + A)\omega + B} \\ &= \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + \sqrt{2}i\omega_1\omega + \omega_1^2} \frac{1}{i\omega - \omega_2} v(\omega), \quad v(\omega) = i\omega y(\omega) \end{aligned}$$

とすることができる。こうして、目標どおり地震計の応答特性を力学的なパラメータではなく電気回路によって設定できるようになった。

4.4 コイルドライバー

コイルドライバーは、コイルに電流を流し、最終的に力学系に制御の力を与える役割を持っている。コイルドライバーの回路自体は、フィルター回路からの 5V の電圧入力に対して、コイルに 100mA の電流を出力するような電圧電流変換回路である。振り子につけたコイルに電流が流れることで、コイルの中心軸上に固定した磁石により、振り子の変位を打ち消す向きに力が働く。この制御力は、フィルター回路により制御されている電圧の大きさと位相により与えられている。

コイルに流れる電流により磁石に働く力

コイルに流れる電流と、振り子の働く力の関係を調べる。まず、半径 a の円環電流が z 軸上につくる磁束密度 b_z は、

$$b_z = \frac{\mu_0 a^2 j}{2[a^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}}$$

である。この円環電流が $z' = -L/2$ から $z' = L/2$ まで連なり、長さ L のコイルを形成しているとき、 z 軸上に生じる磁場 $B(z)$ は、

$$B(z) = \int_{-L/2}^{L/2} b_z dz' = \frac{\mu_0 j}{2} \left[\frac{z + \frac{L}{2}}{\sqrt{a^2 + (z + \frac{L}{2})^2}} - \frac{z - \frac{L}{2}}{\sqrt{a^2 + (z - \frac{L}{2})^2}} \right]$$

となる。コイルの中心軸上に固定した磁石（磁荷 q_m と $-q_m$ が z 軸方向に距離 d だけ離れて位置するものとする）により、振り子の変位を打ち消す向きに働く力 $F(z)$ は、

$$\begin{aligned} F(z) &= q_m B\left(z + \frac{d}{2}\right) - q_m B\left(z - \frac{d}{2}\right) \\ &= \frac{\mu_0 q_m j}{2} \left[\frac{z + \frac{d}{2} + \frac{L}{2}}{\sqrt{a^2 + (z + \frac{d}{2} + \frac{L}{2})^2}} - \frac{z + \frac{d}{2} - \frac{L}{2}}{\sqrt{a^2 + (z + \frac{d}{2} - \frac{L}{2})^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{z - \frac{d}{2} + \frac{L}{2}}{\sqrt{a^2 + (z - \frac{d}{2} + \frac{L}{2})^2}} - \frac{z - \frac{d}{2} - \frac{L}{2}}{\sqrt{a^2 + (z - \frac{d}{2} - \frac{L}{2})^2}} \right] \end{aligned}$$

と表される。

必要となる制御力 $F(z)$ の大きさは、振り子に大きな力がかかっても振り切れてしまわないように十分大きい必要がある。しかしその一方で、必要以上に大きな制御力が働くようなコイルにしてしまうと、制御のノイズが大きくなってしまうため、適当な大きさにしなければならない。そこで、STS 地震計と同じ、最大で $1gal([gal] = [cm/s^2])$ 程度の力が働くようにコイルのパラメータを定めることにする。

上式をもとに、与えられた実験データを参考にして計算したところ、実験で使用する直径 6mm、長さ 10mm のボビン（コイルを巻き付ける部品）に直径 4mm の導線を 2 層巻き付けて 50 回巻きのコイルにすればよいと求められた。

与えられた実験データ

直径 8mm、長さ 8mm のボビンに導線を巻いたコイルに 180mA の電流を流し、長さ 10mm の磁石（今回の実験と同じ磁石）に働く力とのカップリングを測定した。37 回巻きの時、上式の係数 $\alpha = \frac{\mu_0 q_m j}{2}$ の値が、 $\alpha = 0.908[gw/A]$ という結果が得られた。

実際にコイルに電流を流し、磁石にかかる力を電子天秤で測定した。いま、力を加えるべき振り子の先端部の質量を 200g として、

$$F(z) = 200[g] \times 1[gal] \simeq 0.2[g] \times g[m/s^2]$$

を与えるようなコイルが求められているので、電流を流さない時の電子天秤の読みをゼロとし、電源を流した時の電子天秤の読みが最大 0.2g になっていけばよい。

直径 0.4mm の電線を 2 層に巻いたコイル（1 層 25 回巻き）を作り、力を調べると、電源（±5V）をかけた時の ±0.13g であった。必要な力 0.2g に比べ、やや小さ過ぎた（与えられた実験データの磁石に比べて磁石が弱かったことなどが原因と考えられる）ため、直径 0.4mm の電線を 4 層に巻いたコイルを作り、力を調べると、±0.26g であった。よって、後者のコイルを用いることにした。

同時に、検出距離特性を調べたところ、コイルと磁石が 5mm 重なった状態においてかかる力が最も大きくなり、感度が良かった。よって、中立点で磁石がコイルの中心軸上にくるように、かつコイルと磁石の重なる距離が 5mm になるように取り付けた。

4.5 回路の動作テスト

信号が回路を一周するという条件から、

$$d(\omega) = \frac{H(\omega)}{1 + H(\omega)F(\omega)} a(\omega)$$

が成り立つ。

$|H(\omega)F(\omega)| \gg 1$ のとき、制御回路の特性が強く、

$$d(\omega) \simeq \frac{1}{F(\omega)} a(\omega)$$

$|H(\omega)F(\omega)| \ll 1$ のとき、力学系の特性が強く、

$$d(\omega) \simeq H(\omega)a(\omega)$$

10Hz のときに $|H(\omega)F(\omega)| = 1$ となるように増幅率を調整する。

伝達関数 $H(\omega)$ を測定すると、10Hz を越えたある領域において共振が起きた。(共振の原因としては、ばねの振動が考えられる。) すなわち、10Hz 以上の所で $|H(\omega)F(\omega)| \ll 1$ となるべきなのに、 $|H(\omega)F(\omega)| \gg 1$ となってしまう点があるかもしれず、10Hz の所を正しく測定できないということである。

それを防ぐために、10Hz 以上の所で $F(\omega)$ にローパスフィルターをかけた。回路調整を繰り返すことにより、共振の影響を無視できる程度に抑えることができた。

5 観測

5.1 観測場所～鋸山～

高感度で、微小な地震動を観測するためには、ノイズの小さい場所を選ばなくてはならない。地動ノイズには、脈動と微動がある。脈動は、波浪起源の長周期の振動、微動は人間活動起源の1秒以下の短周期の振動である。日本は島国なので脈動を完全に排除することはできないが、微動は人里離れた所であれば、ある程度取り除くことができる。また、ばねの特性が変化しないように、気温・気圧変化がほとんどない場所を選ぶ必要がある。

そこで、今回は交通の便や、比較するための STS 地震計が設置されていることを考慮して、千葉県にある鋸山地殻変動観測坑の中の、STS 地震計が設置されているコンクリートの土台の上に、今回つくった地震計を設置してデータをとることにした。

5.2 鋸山での調整

観測の前に、周期 20s のテスト用フィルターを用いて無定位の調整をした。

まず、マイクロメーターで垂直方向にばねを動かし、振り子を中立点に固定した。回路による制御をかけた後、あおいで風を与えるなどして、振り子に力を加えた。すると、出力速度の振幅は減衰していくので、その減衰率を調べた。(具体的には、何周期で速度の振幅が半分になるかを調べ、周期 n 回のときの減衰率 x を式 $x = \sqrt[n]{\frac{1}{2}}$ により求めた。なお、観測結果を比較する STS 地震計の減衰率は 0.98 である。) この作業をくり返し、減衰率が 1 (振幅が減衰しない完全な無定位状態) に近づくように、マイクロメーターで水平方向にばねの位置を調整した。

【無定位の調整における誤差】

- マイクロメーターの「遊び」

目盛が同じ値を示していても、どちら向きに回したかなどによって微小な誤差が生じる。

- 気温、気圧条件の変化

調整中は観測室内に人がいるため、気温や気圧が変動してしまう。観測を開始し環境が安定した状態は、調整時とは異なった条件になってしまう。

無定位の調整においてはこのような誤差があるため、正確に無定位状態に調整することは難しく、最終的に減衰率が 0.93 ~ 1.02 となるような位置（1 回目と 2 回目の測定で同じ状態だったが値が変化していた）に調整した。

テスト用フィルターによる調整の後、観測用フィルター（周期 360s）に切替えて観測を開始した。

観測後、再び無定位状態のチェックをし減衰率を調べたところ、0.94 となっていた。よって、観測期間中も無定位に近い状態だったと考えられる。

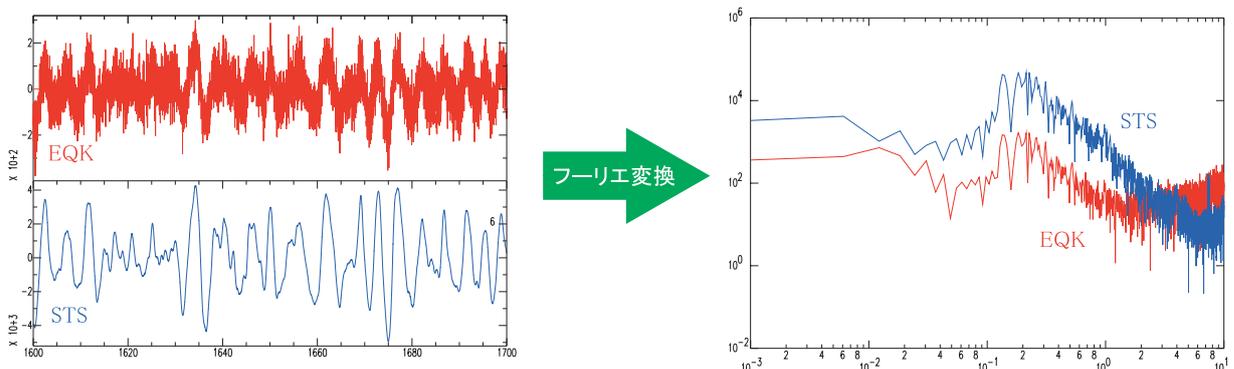
5.3 観測期間

2006/ 2/1(水) ~ 2/9(木) 鋸山地殻変動観測坑

6 解析

6.1 キャリブレーション

まず、製作した地震計（以後、EQK と呼ぶ）のセンサー感度がどの程度かを測定する必要がある。今回は、隣に置いた STS 地震計のデータが得られたので、同じ台に置いた 2 つの地震計のデータを、同じ増幅率で同じ記録装置に入れて記録した。



キャリブレーションには、周期が 5 ~ 10 秒程度の脈動を用いた。完全に同じ条件で記録された 2 つの地震計の波形データをフーリエ変換して、この付近のスペクトルが完全に一致するには何倍増幅すればいいかをかけたところ、EQK の相対的なセンサー感度が STS の約 1/29 倍であることがわかった。また、STS の感度は約 2400Vs/m（カタログ値）であるので、EQK のセンサー感度は

$$2400 \times \frac{1}{29} = 82.76[\text{Vs/m}]$$

程度であることがわかった。従って、電氣的な要因によるノイズが発生した場合、その影響が STS に比べて 30 倍近く大きくなってしまふことになる。

6.2 平常時の波形の比較

まず、地震が起こっていない状態でどのような波形が見られるかを比較した。図 11 がフィルター無しでの EQK と STS の波形、図 12 がそのスペクトルである。

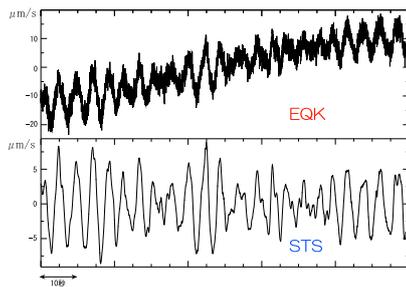


図 11 フィルター無しで見た脈動

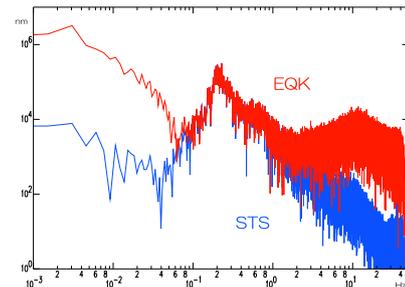


図 12 脈動のスペクトル

EQK の波形を見ると、300 秒以上の長い周期の振動が卓越しており、その上に 5~10 秒程度の周期を持つ脈動の振動が乗り、さらにそこに数十 Hz の短い周期の振動が乗っている。STS の波形では脈動の振動のみが見えた。また、EQK と STS のスペクトルを比較し、形がよく似ていた 0.1~1Hz のバンドパスフィルターを両者のデータにかけた波形が図 13 である。

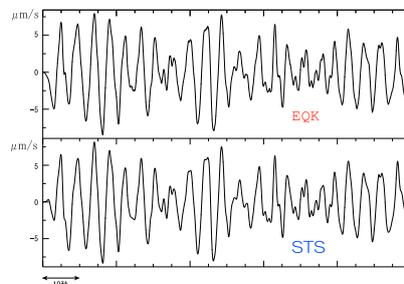


図 13 0.1~1Hz の BP フィルターをかけたときの脈動

STS が地面の振動を正しくとらえているとすれば、EQK の波形には脈動の高周波側と低周波側にそれぞれなんらかの原因でノイズが入っていると考えられる。ノイズの原因としては、

- 地震計全体としての感度が低く、そもそもノイズが混入したときの影響が大きい
- フォトセンサーでの位置検出時にノイズが生じた
- その他、電気回路系でノイズが発生した
- ばねに横方向の振動が発生した
- 観測場所のわずかな気圧差もしくは温度差による変動

などが考えられるが、いずれにしても時間の都合上実際に検証することはできなかった。今後の検証及び改善に期待したい。

6.3 地震の波形

観測期間中に、観測点に近い茨城沖で起きた有感地震と、フィジー付近で起きた深発地震の波形を得ることができた。図 14 が茨城沖地震、図 15 がフィジー深発地震の波形である。

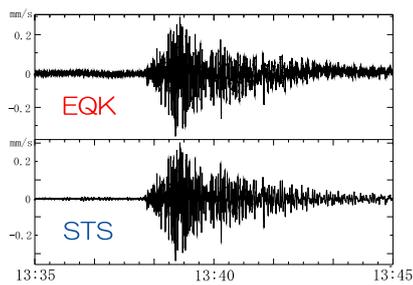


図 14 茨城沖地震の波形

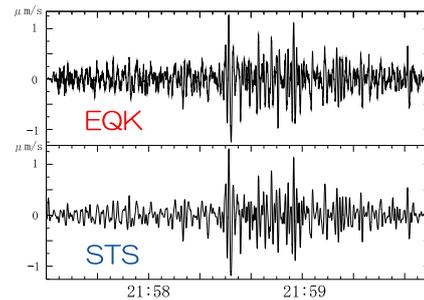


図 15 フィジー深発地震の波形

図 14:茨城沖の地震

Date-Time: 2006, Feb, 03 1:37:36 PM(JST)
Location : 36.143° N, 141.455° E
Depth: 28km
Magnitude: 5.4

図 15:フィジー付近の地震

Date-Time: 2006, Feb, 02 9:48:43 PM(JST)
Location : 17.675° S, 178.360° W
Depth: : 597.7km
Magnitude: 6.7

茨城沖地震は、振幅が大きかったためフィルター無しでも波形がはっきりと見えるが、フィジーの地震は振幅がかなり減衰しており、脈動に紛れてなかなか見付けることができなかった。結局、0.5 ~ 1Hz のバンドパスフィルターをかけてかろうじて図 15 のような波形を見ることができた。

また、遠地のイベントとしてはこのフィジーの地震がもっとも大きく、それ以外のイベントは脈動に完全に埋もれてしまっていて STS のデータからも見付けることができなかった。

7 まとめ

本実験では、広帯域地震計を設計・製作し、実際に観測を行なった。

製作に先立ち、地震計の原理や広帯域地震計の意義を学び、モデルによる計算、設計図面の作成など、理論を具体化していく行程を実践した。また、制御回路を製作する過程で、オペアンプの働きなど、回路に関わる基本的技術を学んだ。観測の現場では、調整の重要性をあらためて実感し、誤差が計算などで予想していた範囲内に収まらなければならないという難しさも感じた。

観測結果を STS 地震計と比較したところ、脈動はどちらにも見えていたが、それより高周波側と低周波側の両方にノイズが出てしまった。この影響で、大きな地震の波形は観測できたが、肝心の遠地のイベントは脈動に埋もれてあまり見るができなかった。

8 今後の課題

- 全体的な性能向上
センサー感度・ノイズ・地震計としての安定性といった点でまだまだ改良の余地はあると思われる。また、もし次回もラコステ型を採用するのであれば、ばねはぜひ一本の長い物を作ってほしい。
- 振動台による性能測定
今回は、時間の都合上振動台を用いたキャリブレーションや周波数特性の測定などができなかったが、本来は必要な作業であり、ノイズの原因を探る上でも実施できると良い。
- 別の場所での観測
脈動の影響がより小さければよりよいデータが得られ、さらに今回の観測結果と比較することも興味深い。

9 謝辞

今回の実験に際して、以下のみなさんにたいへんお世話になりました。ありがとうございました。

新谷先生 井出先生 中村さん

武尾先生 森田先生

地震研技術部の GOD HAND、内田さん